

Федеральное государственное образовательное бюджетное
учреждение высшего образования
**«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРИ
ПРАВИТЕЛЬСТВЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»**
(Финансовый университет)

**Кафедра искусственного интеллекта
Факультета информационных технологий и анализа больших данных**

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной
и методической работе

_____ Е.А. Каменева

28.01.2025 г.

Кочкаров А.А., Кочкаров Р.А.

Прикладная теория графов

Рабочая программа дисциплины

для студентов, обучающихся по направлению подготовки:
01.03.02 - Прикладная математика и информатика,
ОП «Прикладное машинное обучение»

*Рекомендовано Ученым советом
Факультета информационных технологий и анализа больших данных
(протокол № 51 от 21.01.2025 г.)*

*Одобрено заседанием Кафедры искусственного интеллекта
(протокол № 6 от 16.01.2025 г.)*

Москва 2025

Содержание

1. Наименование дисциплины	2
2. Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине.....	2
3. Место дисциплины в структуре образовательной программы	3
4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся	3
5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий.....	3
5.1. Содержание дисциплины.....	3
5.2. Учебно-тематический план	5
5.3. Содержание семинаров, практических занятий.....	5
6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине.....	7
6.1. Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы.....	7
6.2. Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю	8
7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине.....	14
8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.	17
9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.	18
10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.....	20
11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем.....	21
12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине	21

1. Наименование дисциплины

«Прикладная теория графов».

2. Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции
ПКП-2	Способность выполнять анализ качества данных, выявлять и корректировать отклонения в данных и выполнять визуализацию данных	1. Демонстрирует знание методов анализа качества данных для различных типов значений.	Знать методы современной теории графов и сетевой науки для исследования сетевых систем с использованием графов большой размерности Уметь применять современный теоретико-графовый инструментарий для решения прикладных задач при исследовании сетевых систем большой размерности.
		2. Владеет методами нормализации данных, в том числе работы с пропусками и выбросами.	Знать характеристики графов большой размерности Уметь использовать графовые характеристики при выявлении свойств сетевых систем сложной структурой и при оценке адекватности теоретико-графовых
		3. Владеет современным инструментарием и практическими навыками визуализации данных.	Знать основные понятия теории графов и методы комбинаторной оптимизации, необходимые для успешного решения математических задач большой размерности. Уметь использовать методы прикладной теории графов для моделирования сложных систем с динамической структурой.

3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Прикладная теория графов» относится к Циклу профиля (элективный) по направлению подготовки 01.03.02 – Прикладная математика и информатика, ОП «Прикладное машинное обучение».

4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся

Вид учебной работы по дисциплине	Всего (в з/е и часах)	Семестр 6 (в часах)
Общая трудоемкость дисциплины	3/108	108
<i>Контактная работа- Аудиторные занятия</i>	50	50
<i>Лекции</i>	16	16
<i>Семинары, практические занятия</i>	34	34
Самостоятельная работа	58	58
Вид текущего контроля	Контрольная работа	Контрольная работа
Вид промежуточной аттестации	Зачет	Зачет

5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий

5.1. Содержание дисциплины

Тема 1. Основные понятия теории графов

Определение графа. Вершины и ребра графа. Графическое представление графа. Ориентированные графы. Путь, цепь и цикл на графе. Связные графы. Эйлеровы цепь и цикл. Задача о кенигсбергских мостах. Матрицы смежности и инцидентности. Дерево. Остовное дерево графа.

Тема 2. Метрические и топологические характеристики графов

Эксцентриситет, радиус, и диаметр графа. Плоские и планарные графы. Формула Эйлера.

Тема 3. Оптимизационные задачи на графах

Алгоритмы поиска остовного дерева минимального веса. Покрытия графов. Алгоритм Дейкстры поиска кратчайшего пути между двумя вершинами. Модифицированный алгоритм Дейкстры (алгоритм Форда). Наилучшая стратегия размещения капитала как задача о кратчайшем пути. Алгоритмы Флойда и Данцига поиска всех кратчайших путей на графе.

Тема 4. Поточковые алгоритмы. Задачи о почтальоне и коммивояжере

Задача о максимальном потоке в сети. Алгоритм Форда-Фалкерсона. Решение задачи о поиске потока минимальной стоимости. Задача о почтальоне для ориентированного и неориентированного графов. Задача о коммивояжере. Гамильтонов контур. Оптимальный гамильтонов контур. Методы решения задачи о коммивояжере.

Тема 5. Сведение задач комбинаторной оптимизации к задачам линейного программирования

Задача о наименьшем доминирующем множестве вершин. Задача о кратчайшем гамильтоновом цикле. Задача о максимальном потоке в сети. Решение задач комбинаторной оптимизации средствами MS Excel.

Тема 6. Задачи многокритериальной дискретной оптимизации на графах

Задачи о покрытиях на графах. Общая постановка многокритериальной задачи дискретной оптимизации. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач дискретной оптимизации. Графический метод решения двухкритериальной задачи дискретной оптимизации.

Тема 7. Балансовые и функциональные графы

Знаковые графы и теория структурного баланса. Применение взвешенных орграфов и импульсных процессов для моделирования сложных систем. Когнитивные карты.

Тема 8. Современные приложения теории графов

Моделирование социальных сетей. Малые миры и безмасштабные сети. Дискретные модели финансовых систем и криптовалютных платежных систем. Граф фондового рынка. Модель взаимодействия в межбанковской сети. Информационная конкуренция в сетевых системах.

5.2. Учебно-тематический план

№ п/п	Наименование тем (разделов) дисциплины	Трудоемкость в часах					Формы текущего контроля успеваемости
		Всего	*Контактная работа - Аудиторная работа			Самостоя- тельная работа	
			Общая, в т.ч.:	Лекции	Семинары, практические занятия		
1	Основные понятия теории графов	12	6	2	4	6	Самостоятельные работы. Участие в решении задач на практических занятиях. Собеседования по домашним заданиям.
2	Метрические и топологические характеристики графов	12	6	2	4	6	
3	Оптимизацион- ные задачи на графах	14	6	2	4	8	
4	Потоковые алгоритмы. Задачи о почтальоне и коммивояжере	14	6	2	4	8	Самостоятельные работы. Участие в решении задач на практических занятиях. Собеседования по домашним заданиям.
5	Сведение задач комбинаторной оптимизации к задачам линейного программирова- ния	14	6	2	4	8	
6	Задачи многокритери- альной дискретной оптимизации на графах	18	8	2	6	10	
7	Балансовые и функциональные графы	12	6	2	4	6	Самостоятельные работы. Участие в решении задач на практических занятиях. Собеседования по домашним заданиям.
8	Современные приложения теории графов	12	6	2	4	6	
	В целом по дисциплине	108	50	16	34	58	Согласно учебному плану: контрольная работа
	Итого в %		46	32	68	54	

* объем контактной работы в очно-заочной/заочной формах обучения и индивидуальных учебных планах определяется соответствующими учебными планами. Темы, реализуемые в виде контактной работы, определяются преподавателем самостоятельно, исходя из уровня их сложности.

5.3. Содержание семинаров, практических занятий

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов для обсуждения на семинарских, практических занятиях, рекомендуемые источники из разделов 8,9	Формы проведения занятий
Тема 1. Основные понятия теории графов	1. Определение графа. Вершины и ребра графа. Графическое представление графа. 2. Ориентированные графы. Путь, цепь и цикл на графе. Связные графы. Эйлеровы цепь и цикл. Задача о кенигсбергских мостах. 3. Матрицы смежности и инцидентности. Дерево. Остовное дерево графа. Рекомендуемые источники: р.8 (8.5-8.8)	Интерактивная форма, практикум по решению задач по тематике занятия в малых группах (2-4 студента) и коллективное обсуждение решений
Тема 2. Метрические и топологические характеристики графов	1. Метрические характеристики. Эксцентриситет, радиус, и диаметр графа. 2. Топологические характеристики. Плоские и планарные графы. Формула Эйлера. Рекомендуемые источники: р.8 (8.5-8.8)	Интерактивная форма, практикум по решению задач по тематике занятия в малых группах (2-4 студента) и коллективное обсуждение решений
Тема 3. Оптимизационные задачи на графах	1. Покрытия графов. Алгоритмы поиска остовного дерева минимального веса. 2. Алгоритм Дейкстры поиска кратчайшего пути между двумя вершинами. Модифицированный алгоритм Дейкстры (алгоритм Форда). Алгоритмы Флойда и Данцига поиска всех кратчайших путей на графе. 3. Наилучшая стратегия размещения капитала как задача о кратчайшем пути. Рекомендуемые источники: р.8 (8.5-8.8)	Интерактивная форма, практикум по решению задач по тематике занятия в малых группах (2-4 студента) и коллективное обсуждение решений
Тема 4. Потокосые алгоритмы. Задачи о почтальоне и коммивояжере	1. Задача о максимальном потоке в сети. Алгоритм Форда-Фалкерсона. Решение задачи о поиске потока минимальной стоимости. 2. Задача о почтальоне для ориентированного и неориентированного графов. Задача о коммивояжере. Гамильтонов контур. Оптимальный гамильтонов контур. Методы решения задачи о коммивояжере. Рекомендуемые источники: р.8 (8.5-8.8)	Интерактивная форма, практикум по решению задач по тематике занятия в малых группах (2-4 студента) и коллективное обсуждение решений
Тема 5. Сведение задач комбинаторной оптимизации к задачам линейного программирования.	Задача о наименьшем доминирующем множестве вершин. Задача о кратчайшем гамильтоновом цикле. Задача о максимальном потоке в сети. Решение задач комбинаторной оптимизации средствами MS Excel. Рекомендуемые источники: р.8 (8.5-8.8)	Интерактивная форма, практикум по решению задач по тематике занятия в малых группах (2-4 студента) и коллективное обсуждение решений

Тема 6. Задачи многокритериальной дискретной оптимизации на графах.	1. Общая постановка многокритериальной задачи дискретной оптимизации. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач дискретной оптимизации. 2. Графический метод решения двухкритериальной задачи дискретной оптимизации. Задача покрытия графа множеством кратчайших цепей минимальной мощности. Рекомендуемые источники: <i>р.8 (8.5-8.8)</i>	Интерактивная форма, практикум по решению задач по тематике занятия в малых группах (2-4 студента) и коллективное обсуждение решений
Тема 7. Балансовые и функциональные графы.	1. Знаковые графы и теория структурного баланса. Применение взвешенных орграфов и импульсных процессов для моделирования сложных систем. 2. Методы бинарных отношений в задачах корпоративного управления. Рекомендуемые источники: <i>р.8 (8.5-8.8)</i>	Интерактивная форма, практикум по решению задач по тематике занятия в малых группах (2-4 студента) и коллективное обсуждение решений
Тема 8. Современные приложения теории графов	1. Моделирование социальных сетей. Малые миры и безмасштабные сети. 2. Дискретные модели финансовых систем и криптовалютных платежных систем. Граф фондового рынка. Модель взаимодействия в межбанковской сети. Рекомендуемые источники: <i>р.8 (8.5-8.8)</i>	Интерактивная форма, практикум по решению задач по тематике занятия в малых группах (2-4 студента) и коллективное обсуждение решений

6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1. Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение	Формы внеаудиторной самостоятельной работы
Тема 1. Основные понятия теории графов	Графы большой размерности. Динамические графы. Основные понятия.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.
Тема 2. Метрические и топологические характеристики графов	Метрические и статистические характеристики динамических графов и графов большой размерности	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.
Тема 3. Оптимизационные задачи на графах	Чувствительность и устойчивость задач дискретной оптимизации на графах.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.

Тема 4. Потокковые алгоритмы. Задачи о почтальоне и коммивояжере	Потоки минимальной стоимости. Алгоритм Орлина.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.
Тема 5. Сведение задач комбинаторной оптимизации к задачам линейного программирования.	Сетевой симплекс-метод. Задача потоков во времени.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.
Тема 6. Задачи многокритериальной дискретной оптимизации на графах.	Методики исследования устойчивости решений задач многокритериальной дискретной оптимизации на графах	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.
Тема 7. Балансовые и функциональные графы.	Модели информационного взаимодействия на графах.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.
Тема 8. Современные приложения теории графов	Моделирование структуры транзакций в криптовалютных платежных системах.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.

6.2. Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Примерные задания контрольной работы

1. Граф задан множеством вершин $V = \{a, b, c, d, e, f\}$ и множеством ребер $E = \{(a, c), (a, f), (b, c), (c, d), (d, f)\}$. Нарисуйте этот граф, постройте для него матрицы смежности и инцидентности, списки смежности.
2. В графе 30 вершин и 80 ребер, каждая вершина имеет степень 5 или 6. Сколько в нем вершин степени 5?
3. В графе каждая вершина имеет степень 3, а число ребер заключено между 16 и 20. Сколько вершин в этом графе?
4. Найдите все абстрактные графы с 4 вершинами.
5. Найдите все абстрактные графы с набором степеней: а) (2,2,2,3,3,4); б) (2,2,2,3,3,3).
6. Граф G имеет множество вершин $\{1, 2, \dots, n\}$. Число ребер в подграфе, полученном удалением вершины i , равно m_i , $i = 1, 2, \dots, n$. Сколько ребер в графе G ?

7. Граф имеет n вершин и m ребер. Сколько у него различных подграфов:
 - а) остовных; б) порожденных?
8. Представьте граф C_6 как объединение трех графов с множествами вершин $\{1,2,3,4\}$, $\{1,2,5,6\}$, $\{3,4,5,6\}$.
 - а) Верно ли, что любой граф с 6 вершинами можно представить, как объединение трех графов с такими множествами вершин?
 - б) Верно ли, что любой граф с 6 вершинами можно представить, как объединение трех графов с множествами вершин $\{1,2,3\}$, $\{3,4,5\}$, $\{5,6,1\}$?
9. Какой наибольший диаметр может быть у графа с n вершинами? Сколько имеется (абстрактных) графов с таким диаметром?
10. Найдите все (с точностью до изоморфизма) графы с 5 вершинами диаметра 3.
11. Может ли радиус графа в результате добавления одного нового ребра:
 - а) увеличиться; б) уменьшиться; в) остаться прежним?
12. Найдите все (с точностью до изоморфизма) графы с 5 вершинами радиуса 1.
13. Найдите все (с точностью до изоморфизма) графы с 4 вершинами, имеющие точно одну центральную вершину.
14. Найдите диаметр и радиус графа $C_3 \times C_5$.
15. Постройте граф пересечений: а) граней трехмерного куба; б) ребер графа K_4 .
16. Сколько ребер в графе пересечений ребер графа K_n ?
17. Граф пересечений семейства интервалов на прямой называют графом интервалов. Какие из следующих графов являются графами интервалов: C_3 , P_4 , C_4 , K_4 , C_5 , $K_{2,3}$, $K_{1,5}$?
18. Граф пересечений семейства дуг окружности называют графом дуг. Какие из графов предыдущей задачи являются графами дуг?
19. Сколько имеется неориентированных графов с n вершинами, в которых допускаются петли?
20. Найдите число ориентированных графов с n вершинами, в которых
 - а) возможны петли;
 - б) петель нет;

- в) петель нет и каждая пара различных вершин соединена не более чем одним ребром;
- г) возможны петли и каждая пара вершин соединена не более чем одним ребром;
- д) петель нет и каждая пара различных вершин соединена точно одним ребром.
21. Найдите число графов с n вершинами, в которых возможны и ориентированные и неориентированные ребра (но не петли), причем две вершины могут быть соединены не более чем одним ребром.
22. Найдите число неориентированных мультиграфов без петель, в которых для каждой пары вершин имеется не более четырех соединяющих эти вершины ребер.
23. Найдите число графов с n вершинами, в которых
- а) данные k вершин являются изолированными (имеют степень 0);
 - б) нет изолированных вершин. Верно ли, что почти все графы не имеют изолированных вершин?
24. Если к графу с $n - 1$ вершиной добавить еще одну вершину и соединить ее ребрами со всеми вершинами нечетной степени, то получится граф с n вершинами, в котором степени всех вершин четны. Сколько имеется графов, у которых степени всех вершин четны? Верно ли, что почти все графы имеют вершины нечетной степени?
25. Сколько имеется помеченных графов с n вершинами, у которых степень каждой вершины равна 1?
26. Сколько различных помеченных графов можно получить, добавляя одно новое ребро к графу C_n ?
27. Сколько различных абстрактных графов можно получить, добавляя одно ребро к графу C_n ?
28. Сколько различных помеченных графов можно получить, добавляя одно ребро к графу P_n ?

29. Сколько различных абстрактных графов можно получить, добавляя одно ребро к графу: а) P_7 ? б) P_8 ?
30. Сколько различных помеченных графов можно получить, перенумеровывая вершины графа а) $K_{1,q}$? б) P_5 ? в) C_5 ?
31. Сколько ребер в графе с n вершинами, если в нем имеется единственный цикл?
32. Перечислите все абстрактные деревья с 6 (7) вершинами.
33. В дереве имеется 40 вершин степени 4, все остальные вершины – листья. Сколько листьев в этом дереве?
34. В дереве имеется ровно три листа a , b , c , причем $d(b, c)=21$, $d(a, b)=37$, $d(a, c)=44$. Сколько всего вершин в этом дереве?
35. Дерево имеет две центральные вершины, а его радиус равен 6. Чему равен диаметр о дерева?
36. Сколько различных абстрактных двудольных графов можно получить, добавляя одно ребро к графу: а) P_7 ; б) P_8 ; в) C_{12} ?
37. Какое наименьшее число ребер нужно удалить из графа K_8 , чтобы получился двудольный граф?
38. Двудольный граф имеет k компонент связности. Каким числом способов его можно разбить на две доли?
39. Сколько существует абстрактных эйлеровых графов с 5 вершинами?
40. Граф $K_{3,5}$ нужно превратить в эйлеров, изменяя (удаляя и добавляя) ребра. Каково наименьшее число изменений, если разрешается: а) только удалять ребра; б) только добавлять ребра; в) и удалять, и добавлять?
41. Проследите работу алгоритма построения эйлерова цикла на графе $K_{4,4}$. Вершины одной доли имеют номера 1-4, другой – номера 5-8, старт в вершине 1. Всякий раз, когда имеется несколько непройденных ребер, по которым можно продолжить движение, выбирается то из них, которое ведет в вершину с наименьшим номером.
42. Алгоритм построения эйлерова цикла применяется к графу P_n . Каков будет ответ (содержимое стека S в конце работы алгоритма)?

43. Что нужно изменить в алгоритме построения эйлера цикла, чтобы получился алгоритм построения эйлера пути в графе с двумя вершинами нечетной степени?
44. Сколько существует абстрактных графов с 5 вершинами, имеющих гамильтонов цикл?
45. В каких из следующих графов имеется гамильтонов цикл?
- а) $K_{3,3}$;
 - б) $K_{3,4}$;
 - в) $P_3 \times P_3$;
 - г) $P_3 \times P_4$;
 - д) $P_4 \times P_4$.
46. При каких p и q в графе $K_{p,q}$ имеется а) гамильтонов цикл? б) гамильтонов путь?
47. При каких n существует гамильтонов цикл в графе: а) $P_3 \times P_n$; б) $P_4 \times P_n$?
48. Найдите хроматическое число графов $K_{p,q}$, P_n , C_n , Q_n .
49. Найдите хроматическое число графа $C_4 \times C_7$
50. Для каких из следующих графов алгоритм последовательной раскраски дает точный результат при любом упорядочении вершин: P_3 , P_4 , C_4 , C_6 .
51. Верно ли, что алгоритм последовательной раскраски, примененный к двудольному графу, всегда дает оптимальную раскраску?
52. Найдите хроматический индекс графов C_6 , C_7 , $K_{3,3}$, $K_{4,4}$, K_4 , K_5 .
53. Какие из следующих утверждений верны для любого взвешенного графа?
- а) Если в графе имеется единственное ребро наименьшего веса, то оно принадлежит каждому оптимальному каркасу.
 - б) Если в графе имеются точно два ребра наименьшего веса, то они оба принадлежат каждому оптимальному каркасу.
 - в) Если в графе имеются точно три ребра наименьшего веса, то все они принадлежат каждому оптимальному каркасу.
 - г) Каждое ребро минимального веса принадлежит какому-нибудь оптимальному каркасу.

54. Вершины полного графа $K_{p,q}$ размещаются в целочисленных точках прямоугольника $[1, p] \times [1, q]$. Вес каждого ребра равен евклидовой длине отрезка, соединяющего вершины этого ребра. Чему равен вес оптимального каркаса для этого графа? Каков будет вес оптимального каркаса, если из графа удалить все ребра длины 1? Каков будет вес оптимального каркаса, если из графа удалить все ребра с длинами 1, 2 и $\sqrt{2}$, а $p=q=8$? Каков будет вес оптимального каркаса, если из графа удалить все ребра с длинами 1 и $\sqrt{2}$, а $p=q=8$?
55. Каркасы, построенные для некоторого графа с помощью алгоритмов Прима, Краскала и Дейкстры, имеют соответственно веса a , b и c . Какое из следующих соотношений обязательно выполняются для этих чисел?
- 1) $a \geq c$; 2) $a = b$; 3) $b \leq c$; 4) $b = c$.

Примерные задачи практических занятий

Задание 1. Построить граф общения (связей) группы в социальной сети. Найти основные структурные характеристики (радиус, диаметр, точки сочленения и мосты, реберная и вершинная связность, гистограмму степеней вершин) построенного графа. Для поиска характеристик графа допускается использование специализированного программного обеспечение. Визуализировать построенный граф.

Задание 2. Построить граф общения (связей) группы по спискам контактов мобильных телефонов. Найти основные структурные характеристики (радиус, диаметр, точки сочленения и мосты, реберная и вершинная связность, гистограмму степеней вершин) построенного графа. Для поиска характеристик графа допускается использование специализированного программного обеспечение. Сравнить полученный граф с аналогичным графом, построенным в предыдущем задании

Критерии балльной оценки различных форм текущего контроля успеваемости содержатся в соответствующих методических рекомендациях Кафедры искусственного интеллекта Факультета информационных технологий и анализа больших данных.

7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Перечень компетенций с указанием индикаторов их достижения в процессе освоения образовательной программы содержится в разделе 2. «Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине».

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки индикаторов достижения компетенций, умений и знаний

Наименование компетенции	Наименование индикаторов достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции	Типовые контрольные задания
ПКП-2 Способность выполнять анализ качества данных, выявлять и корректировать отклонения в данных и выполнять визуализацию данных	1. Демонстрирует знание методов анализа качества данных для различных типов значений.	Знать методы современной теории графов и сетевой науки для исследования сетевых систем с использованием графов большой размерности Уметь применять современный теоретико-графовый инструментарий для решения прикладных задач при исследовании сетевых систем большой размерности.	Опишите приближенную схему для задачи о конкурентных потоках, используя приближенную схему для задачи о многопродуктовом потоке в качестве подпрограммы.
	2. Владеет методами нормализации данных, в том числе работы с пропусками и выбросами.	Знать характеристики графов большой размерности Уметь использовать графовые характеристики при выявлении свойств сетевых систем сложной структурой и при оценке адекватности теоретико-графовых	Рассчитать основные характеристики графов размерностью не менее 100 вершин, построенному случайным образом. Сравнить характеристики с графом такой же размерности при сохранении мощности множества ребер, но построенного со свойствами самоподобия

	3. Владеет современным инструментарием и практическими навыками визуализации данных.	Знать основные понятия теории графов и методы комбинаторной оптимизации, необходимые для успешного решения математических задач большой размерности. Уметь использовать методы прикладной теории графов для моделирования сложных систем с динамической структурой.	Постройте 2-приближенный алгоритм для задачи о вершинном покрытии наименьшей мощности. С помощью поиска в глубину постройте в графе G дерево и выдайте множество внутренних вершин S этого дерева. Визуализировать ход решения при различных вариантах изменения исходного графа
--	--	--	--

Примеры практико-ориентированных (ситуационных) заданий

Задание 1. Найти основные характеристики графа (эксцентриситеты вершин, степени вершин, матрица смежности, числа вершинной и реберной связности, радиус, диаметр и диаметральную цепь, плотность и неплотность, хроматическое число) по данным, приведённым в таблице для модели графа, представленного рисунком. В случае несвязного графа характеристики следует найти для большей компоненты.

Задание 2. Найти три неизоморфных остовных дерева графа V в случае несвязного графа остовные деревья следует найти для большей компоненты.

Задание 3. Найти остовное дерево минимального веса графа.

Задание 4. Построить (нарисовать) неориентированный связный граф $G = (V, E)$, $|V| = 16$, $|E| = 32$. Перенумеруйте вершины и ребра графа G . Сформулировать минимально возможную последовательность простых операций над графом G таких, что для полученной в результате этих операций последовательности связных графов G_1, G_2, G_3 верно

$$r(G) = r(G_1) - 1 = r(G_2) - 2 = r(G_3) - 3.$$

Задание 5. Сформулировать минимально возможную последовательность простых операций над графом G таких, что для полученной в результате этих операций последовательности связных графов G_1^*, G_2^*, G_3^* верно $d(G) = d(G_1^*) + 1 = d(G_2^*) + 2 = d(G_3^*) + 3$.

Задание 6. Провести расчет алгоритма Дейкстры для заданного графическим способом графа в среде MS Excel.

Задание 7. Провести расчет алгоритма Дейкстры для заданного графическим способом графа в среде Python.

Примерные вопросы для подготовки к зачету

1. Основные определения и обозначения, связанные с графами, орграфами и мультиграфами. Способы задания графов. Матрицы смежности и инцидентности, их свойства.
2. Алгоритм Дейкстры поиска кратчайшего пути между двумя вершинами. Модифицированный алгоритм Дейкстры (алгоритм Форда). Наилучшая стратегия размещения капитала как задача о кратчайшем пути. Алгоритмы Флойда и Данцига поиска всех кратчайших путей на графе.
3. Задача о максимальном потоке в сети. Алгоритм Форда-Фалкерсона. Решение задачи о поиске потока минимальной стоимости.
4. Задача о почтальоне для ориентированного и неориентированного графов. Методы решения.
5. Задача о коммивояжере. Гамильтонов контур. Оптимальный гамильтонов контур. Методы решения задачи о коммивояжере.
6. Задача о наименьшем доминирующем множестве вершин. Задача о кратчайшем гамильтоновом цикле.
7. Задача о максимальном потоке в сети. Решение задач комбинаторной оптимизации средствами MS Excel.
8. Общая постановка многокритериальной задачи дискретной оптимизации. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач дискретной оптимизации.
9. Графический метод решения двухкритериальной задачи дискретной оптимизации.
10. Определение знаковых графов и теория структурного баланса.

11. Применение взвешенных орграфов и импульсных процессов для моделирования сложных систем. Когнитивные карты.
12. Моделирование социальных сетей.
13. Малые миры и безмасштабные сети.
14. Дискретные модели финансовых систем и криптовалютных платежных систем.
15. Описание графа фондового рынка.
16. Модель взаимодействия в межбанковской сети.
17. Графы большой размерности. Динамические графы. Основные понятия.
18. Метрические и статистические характеристики динамических графов и графов большой размерности
19. Чувствительность и устойчивость задач дискретной оптимизации на графах.
20. Потоки минимальной стоимости. Алгоритм Орлина.
21. Сетевой симплекс-метод. Задача потоков во времени.
22. Методики исследования устойчивости решений задач многокритериальной дискретной оптимизации на графах.
23. Модели информационного взаимодействия на графах.
24. Моделирование структуры транзакций в криптовалютных платежных системах.
25. Моделирование информационной конкуренции в сетевых системах

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Нормативно-правовые акты:

- 8.1. Гражданский Кодекс Российской Федерации (часть четвертая) № 30-ФЗ от 18.12.2006 г. (в редакции последующих законов).
- 8.2. Закон Российской Федерации «О государственной тайне» № 5485-1 от 21.07.1993 г. (в редакции последующих законов).

8.3. Федеральный Закон Российской Федерации «О коммерческой тайне» № 98-ФЗ от 29.07.2004 г. (в редакции последующих законов).

8.4. Федеральный Закон Российской Федерации «Об информации, информационных технологиях и о защите информации» № 149-ФЗ от 27.07.2006 г.

Основная литература:

8.5. Кочкаров, А. А. Теория графов и классические задачи прикладной математики в экономике: учебное пособие / А. А. Кочкаров, Д. В. Яцкин; Финуниверситет. – Москва: Кнорус, 2020. - 248 с. - Текст: непосредственный. – То же. – 2021. – ЭБС BOOK.ru. - URL: <https://book.ru/book/940478> (дата обращения: 22.01.2025). – Текст: электронный.

Дополнительная литература:

8.6. Маккинни, У. Python и анализ данных / У. Маккинни. – Москва: ДМК-Пресс, 2015. - 482 с. – Текст: непосредственный.

8.7. Экспериментальная теория графов и алгоритмы анализа сетевых моделей: учебное пособие / А. А. Кочкаров, С. В. Макрушин, В. Е. Каменчук, Н. В. Блохин. – Москва: КНОРУС, 2024. – 162 с. — URL: <https://book.ru/book/951734> (дата обращения : 22.01.2025). – Текст: электронный.

8.8. Методы принятия управленческих решений: количественный подход: учебное пособие / под общей редакцией А. А. Кочкарова. – Москва: КНОРУС, 2016. — 145 с. – Текст: непосредственный.

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

9.1. Электронная библиотека Финансового университета (ЭБ) <http://elib.fa.ru/>

9.2. Электронно-библиотечная система BOOK.RU <http://www.book.ru>

9.3. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека ОНЛАЙН» <http://biblioclub.ru/>

9.4. Электронно-библиотечная система Znanium <http://www.znaniy.com>

- 9.5. Электронно-библиотечная система издательства «ЮРАЙТ»
<https://urait.ru/>
- 9.6. Электронно-библиотечная система издательства Проспект
<http://ebs.prospekt.org/books>
- 9.7. Электронно-библиотечная система издательства Лань
<https://e.lanbook.com/>
- 9.8. Деловая онлайн-библиотека Alpina Digital <http://lib.alpinadigital.ru/>
- 9.9. Электронная библиотека Издательского дома «Гребенников»
<https://grebennikon.ru/>
- 9.10. Математические журналы: полнотекстовая коллекция Математического института им. В.А. Стеклова РАН <https://www.mathnet.ru/>
- 9.11. Научная электронная библиотека eLibrary.ru <http://elibrary.ru>
- 9.12. Национальная электронная библиотека <http://нэб.рф/>
- 9.13. Ресурсы информационно-аналитического агентства по финансовым рынкам Cbonds.ru <https://cbonds.ru/>
- 9.14. СПАРК <https://spark-interfax.ru/>
- 9.15. CNKI. Academic Reference <https://ar.oversea.cnki.net/>
- 9.16. Электронные продукты издательства Elsevier
<http://www.sciencedirect.com>
- 9.17. Emerald: Management eJournal Portfolio <https://www.emerald.com/insight/>
- 9.18. Реферативная база данных по математике MathSciNET
<https://mathscinet.ams.org/mathscinet/>
- 9.19. Коллекция научных журналов Oxford University Press
<https://academic.oup.com/journals/>
- 9.20. Электронные коллекции книг и журналов издательства Springer:
<http://link.springer.com/>
- 9.21. Платформа STATISTA <https://www.statista.com/>
- 9.22. База данных научных журналов издательства Wiley
<https://onlinelibrary.wiley.com/>

- 9.23. Pylru 1.2.1 [Электронный ресурс]: сайт. – Режим доступа:
<https://pypi.python.org/pypi/pylru>
- 9.24. Python Documentation [Электронный ресурс]: сайт. – Режим доступа:
<http://python.org/doc/>
- 9.25. Python Standard Library [Электронный ресурс]: сайт. – Режим доступа:
<https://docs.python.org/2/library/>
- 9.26. Онлайн-курс «Графы и алгоритмы»
<https://intuit.ru/studies/courses/101/101/info>
- 9.27. Онлайн-курс «Графы и их применение»
<https://intuit.ru/studies/courses/58/58/info>
- 9.28. Онлайн-курс «Основы теории графов» <https://stepik.org/course/126/promo>

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

1. При изучении теоретического материала необходимо опираться на рабочую программу дисциплины и литературу из основного списка. Кроме этого материала, необходимо активно работать с Интернет-источниками и пособиями других авторов, помогающими усвоить материал отдельных разделов программы.

2. Практические занятия проводятся по следующей схеме:

Студенты в индивидуальном режиме выполняют задания в компьютерном классе. Существуют две основные формы заданий. В первом случае всем студентам предлагаются одинаковые исходные данные. После выполнения заданий устраивается обсуждение результатов в форме тематической дискуссии. Во втором случае каждому из студентов предлагается индивидуальное задание. В этом случае после выполнения задания организуется работа в группах: каждый из студентов анализирует и критически оценивает или же интерпретирует результаты одного или нескольких членов группы.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем

11.1. Комплект лицензионного программного обеспечения:

1. Windows, Microsoft Office
2. Антивирус Kaspersky

11.2. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

1. Информационно-правовая система «Гарант»
2. Информационно-правовая система «Консультант Плюс»
3. Электронная энциклопедия: <http://ru.wikipedia.org/wiki/Wiki>
4. Система комплексного раскрытия информации «СКРИН» - <http://www.skrin.ru/>

11.3. Сертифицированные программные и аппаратные средства защиты информации: - не используются

11.4. ПО для программирования Python

11.5. ПО для программирования на R

11.6. Браузер Google Chrome

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Для проведения лекций и практических занятий необходима аудитория, оснащенная проектором и компьютерами с постоянным подключением к сети Интернет.

Для проведения практических и семинарских занятий требуется компьютерный класс с ЭВМ, подключенными к сети Интернет.